Séries temporelles

Université du Maine (Partiel, L3)

Exercice 1 Donnez l'expression de la vraisemblance exacte d'un processus MA(1) d'espérance nulle. On notera $\mathcal{Y}_T \equiv \{y_1, y_2, \dots, y_T\}$ l'échantillon et on supposera que les innovations sont normalement distribuées d'espérance nulle et de variance σ_ϵ^2. Serait-il possible d'estimer les paramètres de ce modèle par les MCO ?

Exercice 2 Supposons que $\{y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ soit un ARMA$(1,1)$ de la forme :

$$y_t = 1 + \frac{1}{2}y_{t-1} + \varepsilon_t - \frac{1}{4}\varepsilon_{t-1}$$

avec ε_t un bruit blanc d'espérance nulle et de variance 1.

(1) Le processus est-il asymptotiquement stationnaire au second ordre et inversible ? Justifiez votre réponse.

On suppose maintenant que le processus est stationnaire au second ordre.

(2) Quelles sont les implications de cette hypothèse sur les moments d'ordre 1 et 2 ? **(3)** Calculez l'espérance (on notera μ l'espérance). **(4)** Calculez les autocovariances d'ordre 0 et 1 (on notera $\gamma(0)$ et $\gamma(1)$). **(5)** Calculez l'autocovariance d'ordre 2 (on notera $\gamma(2)$). **(6)** Calculez l'autocovariance d'ordre h (on notera $\gamma(h)$) pour tout $h > 2$. **(7)** Définissez la fonction d'autocorrélation.

Exercice 3 Calculez les moments d'ordre 1 et 2 d'un processus ARMA(1,2) que nous supposerons stationnaire :

$$y_t = c + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2}$$

où ε_t est un bruit blanc d'espérance nulle et de variance σ^2.