SÉRIES TEMPORELLES

UNIVERSITÉ DU MAINE (PARTIEL, L3)

EXERCICE 1 Soient les fonctions d'auto-corrélation et de corrélation partielle suivantes :

h	0	1	2	3	4	5
$\rho(h)$	1	0,70	0,00	0,00	0,00	0,00
$r(h)$	–	0,70	0,49	0,34	0,24	0,17

Ces fonctions sont générées par un processus ARMA(p,q) avec p égal à zéro ou un, q égal à zéro ou un et $p + q \leq 2$. En justifiant votre réponse, déterminez la forme du processus qui a généré $\rho(h)$ et $r(h)$. Que pouvez-vous dire des paramètres du ce modèle ?

EXERCICE 2 Donnez l'expression de la vraisemblance d'un processus MA(1) d'espérance nulle. On notera $\mathcal{Y}_T \equiv \{y_1, y_2, \ldots, y_T\}$ l'échantillon et on supposera que les innovations sont normalement distribuées d'espérance nulle et de variance σ_ϵ^2.

EXERCICE 3 Supposons que $\{y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ soit un ARMA$(1, 1)$ de la forme :

$$y_t = \frac{1}{3} y_{t-1} + \varepsilon_t - \frac{1}{2} \varepsilon_{t-1}$$

avec ε_t un bruit blanc d'espérance nulle et de variance 1.

(1) Le processus est-il asymptotiquement stationnaire au second ordre et inversible ? Justifiez votre réponse.

On suppose maintenant que le processus est stationnaire au second ordre.

(2) Quelles sont les implications de cette hypothèse sur les moments d'ordre 1 et 2 ? **(3)** Calculez l'espérance (on notera μ l'espérance). **(4)** Calculez les autocovariances d'ordre 0 et 1 (on notera $\gamma(0)$ et $\gamma(1)$). **(5)** Calculez l'autocovariance d'ordre 2 (on notera $\gamma(2)$). **(6)** Calculez l'autocovariance d'ordre h (on notera $\gamma(h)$) pour tout $h > 2$. **(7)** Définissez la fonction d'autocorrélation.

EXERCICE 4 Calculez les moments d'ordre 1 et 2 d'un processus ARMA(2,2) que nous supposerons stationnaire :

$$y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

où ε_t est un bruit blanc d'espérance nulle et de variance σ^2.