Exercice XII

(1) La fonction de coût total est :

$$C(q) = cq + \frac{d}{2}q^2$$

Les rendements sont constants ssi $d=0$. Le coût total est alors linéaire dans les quantités $\Rightarrow$ Le coût moyen et le coût marginal sont alors constants et égaux à $c>0$. Si $d \neq 0$, les rendements d'échelle sont décroissants, ie il devient de plus en plus coûteux de produire des unités supplémentaires, ssi $d>0$.

(2) En concurrence parfaite, on a égalisation du prix et du coût marginal :

$$\underbrace{a-q^*}_{p^*} = \underbrace{c+dq^*}_{C_m(q^*)}$$

$$\Leftrightarrow \quad q^* = \frac{a-c}{1+d} \quad \Rightarrow \quad p^* = \frac{c+ad}{1+d}$$

(3) Le surplus des consommateurs en concurrence parfaite est :

$$S^* = \int_{p^*}^{\infty} D(p)\,dp$$

$$\Leftrightarrow \quad S^* = \int_{p^*}^{a} (a-p)\,dp$$

$$\Leftrightarrow \quad S^* = a(a-p^*) - \frac{1}{2}(a^2 - p^{*2})$$

$$\Leftrightarrow \quad S^* = \frac{1}{2}(a-p^*)^2 = \frac{1}{2}q^{*2}$$

Le profit des firmes en concurrence parfaite st non nul car le coût marginal (ou moyen) n'st pas constant :

$$\Pi^* = p^* q^* - C(q^*)$$

$$\Leftrightarrow \Pi^* = (a - q^*)q^* - cq^* - \frac{d}{2}q^{*2}$$

$$\Leftrightarrow \Pi^* = (a-c)q^* - q^{*2} - \frac{d}{2}q^{*2}$$

$$\Pi^* = \frac{(a-c)^2}{1+d} - \left(1+\frac{d}{2}\right)\left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \Pi^* = \left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2 \cdot \frac{d}{2}$$

Le profit st non negatif si et seulement si $d \geq 0$.

Si $d < 0$, c'st à dire en présence d'économies d'échelle, la firme ne rentre pas sur le marché si l'environnement st parfaitement concurrentiel !

Le bien être st donc

$$W^* = S^* + \Pi^*$$

$$\Leftrightarrow W^* = \frac{1}{2}q^{*2} + (a-c)q^* - q^{*2} - \frac{d}{2}q^{*2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{W^* = (a-c)q^* - \frac{1+d}{2}q^{*2}}$$

$$\Leftrightarrow W^* = \frac{(a-c)^2}{1+d} - \frac{1+d}{2}\left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow W^* = \frac{1}{2}\frac{(a-c)^2}{1+d}$$

(4) Le monopole maximise son profit en égalisant coût marginal et recette marginale :

$$\hookrightarrow q^M = \frac{a-c}{2+d} < q^*$$

Le monopole décide de produire moins que l'offre d'une entreprise en concurrence parfaite.

Le prix du monopole (via la fonction de demande inverse) est donc :

$$p^M = a - q^M$$

$$\Leftrightarrow p^M = a - \frac{a-c}{2+d}$$

$$\Leftrightarrow p^M = \frac{a(1+d)+c}{2+d}$$

qui doit être supérieur à p^* puisque la fonction de demande inverse est décroissante.

(5) Le profit du monopole est :

$$\Pi^M = (a-q^M)q^M - cq^M - \frac{d}{2}q^{M^2}$$

$$\Leftrightarrow \Pi^M = (a-c)q^M - \left(1+\frac{d}{2}\right)q^{M^2}$$

$$\Rightarrow \Pi^M = \frac{(a-c)^2}{2+d} - \left(1+\frac{d}{2}\right)\left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \Pi^M = \left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2\left[2+d-1-\frac{d}{2}\right]$$

$$\Leftrightarrow \Pi^M = \left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2\frac{2+d}{2}$$

$$\Leftrightarrow \Pi^M = \left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2\left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2\left(1+\frac{d}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \Pi^M = \underbrace{\left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2\frac{d}{2}}_{\Pi^*}\left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2 + \left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2\left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \Pi^M = \Pi^* \left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2 + \Pi^* \frac{2}{d}\left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \Pi^M = \Pi^* \left[\left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2 + \frac{2}{d}\left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2\right]$$

$$\Leftrightarrow \quad \Pi^M = \Pi^* \left[\frac{d(1+d)^2 + 2(1+d)^2}{d(2+d)^2}\right]$$

$$\Leftrightarrow \quad \Pi^M = \Pi^* \frac{(2+d)(1+d)^2}{d(2+d)^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Pi^M = \Pi^* \frac{1+d^2+2d}{d^2+2d} > \Pi^*$$

Conformément à l'intuition, puisque le monopole maximise son profit, le profit du monopole est supérieur à celui que nous observerons en concurrence parfaite.

(6) Le surplus du consommateur est plus faible en présence d'un monopole :

$$S^M = \frac{1}{2} q^{M^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad S^M = \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad S^M = \frac{1}{2} q^{*^2} \left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad S^M = S^* \left(\frac{1+d}{2+d}\right)^2 < S^*$$

(7) On sait que :

$$\begin{cases} S^M - S^* < 0 \\ \Pi^M - \Pi^* > 0 \end{cases}$$

Ainsi la présence d'un monopole dégrade le bien être social, ie $W^M - W^* < 0$, si et seulement si $S^* - S^M > \Pi^M - \Pi^*$

$$\Leftrightarrow S^* - S^M - \Pi^M + \Pi^* > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2 - \left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2 \frac{2+d}{2} + \left(\frac{a-c}{1+d}\right)^2 \cdot \frac{d}{2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{(a-c)^2}{1+d} - \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2 (1+2+d) > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1+d} - \frac{1+2+d}{(2+d)^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2+d)^2 - (3+d)(1+d)}{(1+d)(2+d)^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(1+d)(2+d)^2} > 0$$

Clairement si $d \geq 0$, la présence d'un monopole induit une perte de bien être social. Si $d < 0$, c'est-à-dire en cas d'économies d'échelle, il faut que d ne soit pas trop petit $(d > -1)$ pour que le monopole dégrade le bien être. Notons que d ne doit pas être trop négatif pour assurer que le problème ait un sens.

Exercice XIII Quand le monopole propose le prix p, la politique fiscale est telle que le consommateur paye chaque unité de bien $p+\tau$. Si $\tau>0$ il s'agit d'une taxe sur la consommation. Si $t<0$ il s'agit d'une subvention à la consommation. Nous allons montrer que l'état peut rétablir l'optimum social en subventionnant la consommation.

Le monopole choisit son prix de façon à maximiser le profit :

$$\hat{p}^M = \arg\max_{\{p\}} \; pD(p+\tau) - C(D(p+t))$$

comme il s'agit d'une taxe/subvention sur la consommation, t n'affecte le profit de la firme que par l'intermédiaire de la demande perçue par cette firme.

La CPO caractérisant le comportement du monopole est :

$$D(p+t) + pD'(p+t) - C'(D(p+t))D'(p+t) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[D(p+t) - tD'(p+t)\right] + D'(p+t)\left[p+t - C'(D(p+t))\right] = 0$$

Pour rétablir une situation socialement optimale il faut égaliser le coût marginal avec le prix effectivement payé par le consommateur $(p+t)$.

Il faut donc annuler le premier terme de la dernière équation, c'est à dire choisir t tel que :

$$D(p+t) = tD'(p+t)$$

Si on note p^* le prix concurrentiel, on doit avoir $p^* = p+t$ et

$$t = \frac{D(p^*)}{D'(p^*)}$$

Il s'agit bien d'une subvention $(t<0)$ car la demande est décroissante. En divisant les deux membres de la dernière égalité par p^*

il vient :

$$\frac{t}{p^*} = -\frac{1}{\epsilon}$$

l'état doit d'autant plus subventionner le consommateur que celui-ci est peu sensible à une variation de prix (car le monopole propose un prix qui s'écarte plus du prix concurrentiel). En subventionnant le consommateur l'état permet aux ménages d'atteindre le niveau de consommation qu'ils atteindraient en concurrence parfaite.

En pratique on trouvera peu de défenseurs d'une telle politique → Qui finance les subventions ? Ne s'agit-il pas pour les firmes d'une incitation à pratiquer des prix plus élevés ?

Exercice XIV

(1) Le profit du monopole, comme une fonction des prix des deux biens p_1 et p_2, s'écrit

$$\Pi(p_1,p_2) = \underbrace{\underbrace{p_1 D_1(p_1,p_2)}_{\text{recette associée à la vente du bien 1}} + \underbrace{p_2 D_2(p_1,p_2)}_{\text{recette associée à la vente du bien 2}}}_{\text{Recette totale}} - \underbrace{C_1(D_1(p_1,p_2))}_{\text{coût pour produire le bien 1}} - \underbrace{C_2(D_2(p_1,p_2))}_{\text{coût pour produire le bien 2}}$$

$$\Leftrightarrow \Pi(p_1,p_2) = \underbrace{p_1 D_1(p_1,p_2) - C_1(D_1(p_1,p_2))}_{\substack{\Pi_1(p_1,p_2) \\ \text{profit associé au bien 1}}} + \underbrace{p_2 D_2(p_1,p_2) - C_2(D_2(p_1,p_2))}_{\substack{\Pi_2(p_1,p_2) \\ \text{profit associé au bien 2}}}$$

On remarque que le profit associé au bien 1 dépend du prix du bien 2 (en plus, évidemment, du prix du bien 1). Le monopole internalise cet effet croisé quand il choisit ses prix.

(2) Le programme du monopole st

$$(p_1^M, p_2^M) = \arg\min_{\{p_1,p_2\}} \Pi_1(p_1,p_2) + \Pi_2(p_1,p_2)$$

Nous avons deux CPO (une pour chaque prix) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Pi_1}{\partial p_1}(p_1^M, p_2^M) + \dfrac{\partial \Pi_2}{\partial p_2}(p_1^M, p_2^M) = 0 \\ \dfrac{\partial \Pi_1}{\partial p_2}(p_1^M, p_2^M) + \dfrac{\partial \Pi_2}{\partial p_2}(p_1^M, p_2^M) = 0 \end{cases}$$

Notons $p \equiv (p_1, p_2) \to p^M \equiv (p_1^M, p_2^M)$ et $q_i \equiv D_i(p)$ $\to q_i^M \equiv D_i(p^M)$. Nous avons alors :

$$\begin{cases} q_1^M + p_1^M \dfrac{\partial D_1}{\partial p_1}(p^M) - C_1'(q_1^M) \cdot \dfrac{\partial D_1}{\partial p_1}(p^M) + p_2^M \dfrac{\partial D_2}{\partial p_1}(p^M) - C_2'(q_2^M) \dfrac{\partial D_2}{\partial p_1}(p^M) = 0 \\ p_1^M \dfrac{\partial D_1}{\partial p_2}(p^M) - C_1'(q_1^M) \cdot \dfrac{\partial D_1}{\partial p_2}(p^M) + q_2^M + p_2^M \dfrac{\partial D_2}{\partial p_2}(p^M) - C_2'(q_2^M) \dfrac{\partial D_2}{\partial p_2}(p^M) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[p_1^M - C_1'(q_1^M)\right] \cdot \dfrac{\partial D_1}{\partial p_1}(p^M) = -q_1^M + \left[C_2'(q_2^M) - p_2^M\right] \cdot \dfrac{\partial D_2}{\partial p_1}(p^M) \\ \left[p_2^M - C_2'(q_2^M)\right] \cdot \dfrac{\partial D_2}{\partial p_2}(p^M) = -q_2^M + \left[C_1'(q_1^M) - p_1^M\right] \dfrac{\partial D_1}{\partial p_2}(p^M) \end{cases}$$

(3) L'élasticité de la demande en bien j par rapport ~~...~~ au prix du bien i

$$\epsilon_{ij} = -\frac{p_i \dfrac{\partial D_j}{\partial p_i}(p)}{D_j(p)} \qquad i,j \in \{1,2\}$$

$$\iff \epsilon_{ij} = -\frac{p_i}{q_j} \cdot \frac{\partial D_j}{\partial p_i}(p)$$

(1) • Si les biens 1 et 2 sont substituables alors une augmentation du prix du bien 2 induit une augmentation de la demande en bien 1 et une augmentation du prix du bien 1 induit une augmentation de la demande en bien 2, on a donc :

$$\frac{\partial D_1}{\partial p_2}(p) > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial D_2}{\partial p_1}(p) > 0$$

Comme les prix et les demandes exprimés sont positifs, les élasticités croisés sont négatives

$$\epsilon_{12} < 0 \quad \text{et} \quad \epsilon_{21} < 0$$

• Si les biens sont complémentaires les élasticités croisés sont positives.

(4) On peut réécrire les ~~CPO~~ en faisant apparaître les élasticités pour faciliter l'interprétation

$$\begin{cases} \dfrac{p_1^M - C_1'(q_1^M)}{p_1^M} = -\dfrac{q_1^M}{p_1^M \frac{\partial D_1}{\partial p_1}(p^M)} + \dfrac{C_2'(q_2^M) - p_2^M}{p_2^M} \cdot \dfrac{p_2^M}{p_1^M} \cdot \dfrac{\frac{\partial D_2}{\partial p_1}(p^M)}{\frac{\partial D_1}{\partial p_1}(p^M)} \\[2ex] \dfrac{p_2^M - C_2'(q_2^M)}{p_2^M} = -\dfrac{q_2^M}{p_2^M \frac{\partial D_2}{\partial p_2}(p^M)} + \dfrac{C_1'(q_1^M) - p_1^M}{p_1^M} \cdot \dfrac{p_1^M}{p_2^M} \cdot \dfrac{\frac{\partial D_1}{\partial p_2}(p^M)}{\frac{\partial D_2}{\partial p_2}(p^M)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{p_1^M - C_1'(q_1^M)}{p_1^M} = \dfrac{1}{\epsilon_{11}} - \left(p_2^M - C_2'(q_2^M)\right) \cdot \dfrac{-\frac{q_2^M}{p_1^M}\epsilon_{12}}{-q_1^M \epsilon_{11}} \\[2ex] \dfrac{p_2^M - C_2'(q_2^M)}{p_2^M} = \dfrac{1}{\epsilon_{22}} - \left(p_1^M - C_1'(q_1^M)\right) \cdot \dfrac{-\frac{q_1^M}{p_2^M}\epsilon_{21}}{-q_2^M \epsilon_{22}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{p_1^M - C_1'(q_1^M)}{p_1^M} = \dfrac{1}{\epsilon_{11}} - \left(p_2^M - C_2'(q_2^M)\right) \cdot \dfrac{q_2^M \epsilon_{12}}{R_1 \epsilon_{11}} \\[2ex] \underbrace{\dfrac{p_2^M - C_2'(q_2^M)}{p_2^M}}_{\text{indices de Lerner}} = \underbrace{\dfrac{1}{\epsilon_{22}}}_{\text{inverse de l'élasticité prix}} - \underbrace{\left(p_1^M - C_1'(q_1^M)\right)}_{\substack{>0 \\ \text{car le prix du monopole est} \\ \text{supérieur au coût marginal}}} \cdot \underbrace{\dfrac{q_1^M \epsilon_{21}}{R_2 \epsilon_{22}}}_{\substack{\text{du même signe que} \\ \text{l'élasticité croisée}}} \end{cases}$$

où $R_i = p_i^M q_i^M$ la recette associée au bien i

Habituellement, l'indice de Lerner est égal à l'inverse de l'élasticité prix. Dans le cas d'un monopole producteur de deux biens, on voit que cela n'est pas le cas dès lors que l'élasticité croisée est non nulle (ie dès lors que le prix du bien i affecte la demande en bien j, avec $i \neq j$).

Si les biens sont complémentaires, c'est-à-dire si ϵ_{12} (aussi ϵ_{21}) est positif, l'indice de Lerner associé au bien 1 est plus faible que l'inverse de l'élasticité prix de la demande en bi

⇒ Le monopole producteur ~~biens~~ de deux biens a intérêt à moins dévier du coût marginal (par rapport au cas standard). Le monopole sait qu'en augmentant le prix du bien 1 il induit une baisse de la demande en bien 1 <u>MAIS</u> aussi une baisse de la demande en bien 2. Si chaque bien est produit par un monopole indépendant, le monopole producteur du bien i n'internalise pas les conséquences de sa décision de prix sur la demande en bien j. Ici, dans le cas d'un monopole producteur des deux biens, la complémentarité réduit le pouvoir de marché du monopole.

Si les biens sont substituables, les élasticités croisées sont négatives, ~~l'~~indice de Lerner est supérieur à l'inverse de l'élasticité prix.

⇒ ~~2~~ monopoles indépendants choisiraient des prix plus faibles

Tout se passe comme si les deux monopoles indépendants étaient en concurrence (du fait de la substituabilité) d'où le prix plus faible _