

# MICROÉCONOMIE

(L2, LE MANS)

Stéphane Adjemian \*

Mardi 17 décembre 2024

(1) On suppose que les préférences d'un consommateur représentatif pour la consommation d'un bien sont caractérisées par :

$$u(q) = \begin{cases} (a - \frac{1}{2}q)q & \text{si } q \leq a \\ \frac{a^2}{2} & \text{sinon.} \end{cases}$$

où  $q$  est la quantité de bien consommée. L'utilité marginale est :

$$u'(q) = \begin{cases} a - q & \text{si } q \leq a \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

la définition avec une condition sur le niveau de  $q$  assure que l'utilité marginale n'est jamais négative, c'est-à-dire que l'utilité ne décroît jamais lorsque la quantité consommée augmente.

(2) On suppose que le consommateur dispose d'un revenu  $R > 0$  et que le prix unitaire du bien est  $p > 0$ . Le consommateur maximise son utilité par rapport à la quantité de bien sous une contrainte budgétaire :

$$\max_{\{q\}} M + \left(a - \frac{q}{2}\right)q \mathbb{I}_{\{q \leq a\}}(q) + \frac{a^2}{2} \mathbb{I}_{\{q > a\}}(q) \\ \text{s.c. } M + pq = R$$

où  $M$  représente l'utilité obtenue par la consommation d'autres biens sur d'autres marchés. En substituant la contrainte dans l'objectif, un programme équivalent est :

$$\max_{\{q\}} R - pq + \left(a - \frac{q}{2}\right)q \mathbb{I}_{\{q \leq a\}}(q) + \frac{a^2}{2} \mathbb{I}_{\{q > a\}}(q)$$

La condition du premier ordre est :

$$p = \begin{cases} a - q & \text{si } q \leq a \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Il s'agit de la fonction de demande inverse  $P(q)$ . Pour une représentation graphique dans le plan  $(q, p)$  il faut tracer une droite décroissante de pente  $-1$  et d'ordonnée à l'origine  $a$ . On obtient directement la fonction de demande en inversant cette fonction :

$$D(p) = \max\{a - p, 0\}$$

On obtient facilement une représentation graphique dans le plan  $(p, q)$  avec une droite de pente  $-1$  et d'ordonnée à l'origine  $a$ .

(3) Le paramètre  $a$  est le niveau maximal de l'utilité marginale, c'est donc la disponibilité maximale à payer des consommateurs pour unité de bien.

(4) Le bien est produit par une entreprise dont la fonction de coût est linéaire :  $C(q) = cq$ , avec  $c > 0$ . On suppose que  $a > c$ , autrement le marché n'existe pas. En effet les consommateurs n'accepteront jamais de payer plus que  $a$  pour une unité de bien et les entreprises n'accepteront pas de vendre une unité de bien à moins de  $c$  (qui représente le coût moyen et le coût marginal). À l'optimum social, le prix doit être égal au coût marginal :  $p^* = c$ . On obtient la quantité optimale en substituant dans la fonction de demande :  $q^* = a - c$ . À l'optimum social le profit des firmes est nul (car la fonction de coût est linéaire) :

$$\Pi^* = (p^* - c)q^* = 0$$

\*Université du Mans. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr

Le surplus des consommateurs est :

$$\begin{aligned} S^* &= \int_{p^*}^{\infty} D(p) dp \\ &= \int_c^a (a-p) dp \\ &= \frac{(a-c)^2}{2} \end{aligned}$$

Comme le profit des firmes est nul, on a aussi  $W^* = S^* = \frac{(a-c)^2}{2}$ .

(5) Si le marché est servi par une firme en situation de monopole, alors celle-ci maximise son profit en égalisant sa recette marginale et son coût marginal. Le programme du monopole est :

$$p^m = \arg \max_{\{p\}} pD(p) - cD(p)$$

La CPO est :

$$\underbrace{D(p^m) + p^m D'(p^m)}_{\text{Recette marginale}} = cD'(p^m)$$

Si la recette marginale est supérieure (inférieure) au coût marginal, alors le monopole a intérêt à proposer un prix plus élevé (faible). À l'optimum on a nécessairement égalisation du coût marginal et de la recette marginale.

(6) À l'optimum du monopole, on a :

$$\begin{aligned} a - p^m - p^m &= -c \\ \Leftrightarrow p^m &= \frac{a+c}{2} \end{aligned}$$

Le prix optimal du monopole est la moyenne de  $a$  (la disponibilité maximale à payer des consommateurs) et du prix socialement optimal. Comme par hypothèse  $a > c$ , on a nécessairement  $p^m > c$ . En substituant dans la fonction de demande, on obtient les quantités échangées :

$$q^m = a - \frac{a+c}{2} = \frac{a-c}{2} < q^*$$

la quantité échangée de bien est inférieure à l'optimum social.

(7) Déterminons le surplus des consommateurs et le profit de la firme dans cet environnement. On a :

$$\begin{aligned} S^m &= \int_{p^m}^{\infty} D(p) dp \\ &= \int_{\frac{a+c}{2}}^a (a-p) dp \\ &= \frac{(a-c)^2}{8} < S^* \end{aligned}$$

et

$$\Pi^m = (p^m - c)q^m = \left(\frac{a-c}{2}\right)^2 > \Pi^*$$

Au total, le bien être social est :

$$W^m = S^m + \Pi^m = \frac{(a-c)^2}{8} + \frac{(a-c)^2}{4} = \frac{3(a-c)^2}{8}$$

Clairement on a  $W^m < W^*$ , la présence du monopole est socialement sous optimale :

$$W^m - W^* = -\frac{(a-c)^2}{8} < 0$$

Dans un environnement monopolistique le profit augmente, mais le surplus baisse plus, au total le bien être social diminue. C'est en ce sens que la présence du monopole est problématique : le monopole ne mange pas efficacement le surplus des consommateurs.

(8) Oui si le monopole est capable de parfaitement discriminer par les prix en proposant un prix spécifique à chaque consommateur (ou pour chaque unité de bien vendue). S'il propose un prix égal au surplus de chaque consommateur, alors il peut absorber la totalité du surplus des consommateurs sans générer de perte sociale. Le dernier consommateur rentrant sur le marché est celui pour lequel la disponibilité à payer est exactement égale au coût marginal. Ainsi, en adoptant cette tarification, la quantité échangée sur le marché correspond à l'optimum social.