

CROISSANCE ET DÉVELOPPEMENT

Stéphane Adjemian

Lundi 17 juin 2024

On considère un modèle de Solow augmenté d'une seconde variable d'état : le stock de capital humain. Soit la fonction de production :

$$Y(t) = K(t)^\alpha K(t)^\lambda L(t)^{1-\alpha-\lambda}$$

Les variables Y , K , et L ont les interprétations usuelles. H est le niveau de capital humain. Les paramètres α et λ sont positifs et vérifient $\alpha + \lambda < 1$. **(1)** La fonction de production est-elle néoclassique ?

Le stock de capital physique se déprécie au taux $\delta \in]0, 1[$. La loi d'évolution du stock de capital physique est donnée par :

$$\dot{K}(t) = s_K Y(t) - \delta K(t)$$

où $s_K \in]0, 1[$ est le taux d'épargne en capital physique. La loi d'évolution du stock de capital humain est donnée par :

$$\dot{H}(t) = s_H Y(t) - \delta H(t)$$

où $s_H \in]0, 1[$ est le taux d'épargne en capital humain. On suppose ici que les taux de dépréciation du capital physique et humain sont identiques. **(2)** Caractériser la dynamique jointe du stock de capital physique par tête, $k(t)$, et du stock de capital humain par tête, $h(t)$. **(3)** calculer l'état stationnaire non trivial pour ces deux stocks, puis déterminer l'état stationnaire de la consommation par tête, c^* . **(4)** Décrire l'arbitrage, relatif au niveau de la consommation par tête à l'état stationnaire, dans les choix d'épargne (en capital humain et physique). Calculer les taux d'épargne de la règle d'or, on notera s_K^{or} et s_H^{or} , c'est-à-dire les valeurs de s_K et s_H qui maximisent le niveau de la consommation par tête à l'état stationnaire. **(5)** Supposons que le taux d'épargne en capital humain soit fixé, égal à $\bar{s}_H < s_H^{\text{or}}$. Calculer le taux d'épargne en capital physique qui maximise c^* , on notera s_K^* le taux d'épargne en capital physique optimal. **(6)** Montrer que $s_K^* > s_K^{\text{or}}$ mais que $s_K^* + \bar{s}_H < s_K^{\text{or}} + s_H^{\text{or}}$. Commenter. Le niveau de la consommation à l'état stationnaire est-il égal au niveau de la consommation de la règle d'or ?