ÉDUCATION, FORMATION ET CROISSANCE

PARTIEL

Le 13 décembre 2024 à 10:47

Soient $K(t)$ le stock de capital physique d'une économie à l'instant t, $L(t)$ la population à l'instant t dont le taux de croissance $n > 0$ est constant, et $Y(t)$ la production à l'instant t. **(1)** On suppose que la population à l'instant initial $t = 0$ est connue, on note $L(0) = L_0$. Déterminer le niveau de la population à un instant t quelconque. **(2)** On suppose que la production est définie par la fonction de production :

$$Y(t) = \left(aK(t)^{\psi} + (1-a)L(t)^{\psi}\right)^{\frac{1}{\psi}}$$

avec $\alpha \in]0,1[$ un paramètre technologique, et $\sigma = {}^{1}/_{(1-\psi)}$ l'élasticité de substitution entre le travail et le capital. Cette fonction de production généralise la fonction Cobb Douglas, que l'on retrouve comme un cas particulier lorsque $\psi = 0$. Écrire la production par tête en fonction du stock de capital par tête. **(3)** Montrer que l'élasticité de la production par tête, y, par rapport au stock de capital physique par tête, k, que l'on notera $\alpha(k)$ n'est généralement pas constante, sauf dans le cas Cobb-Douglas. Donner l'expression générale de cette élasticité. **(4)** La fonction de production est-elle néoclassique ? Pourquoi ? **(5)** La dynamique du stock de capital agrégé est donnée par :

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$$

où $s \in [0,1]$ est le taux d'épargne et $\delta > 0$ le taux de dépréciation du capital physique. Définir, à l'aide d'une équation, la dynamique du stock de capital par tête, $k(t) = {}^{K(t)}/_{L(t)}$. Donner une interprétation de cette équation. **(6)** Calculer le taux de croissance du stock de capital par tête, $g_k(t)$, et représenter graphiquement ce taux de croissance (en n'oubliant pas de justifier la construction du graphique). **(7)** Donner une expression du taux de croissance de la production par tête. **(8)** Déterminer les conditions sous lesquelles un état stationnaire strictement positif existe. Discuter son unicité. **(9)** Lorsque celui-ci existe, calculer l'état stationnaire des variables par tête dans ce modèle, on notera $k^{\star}$ et $y^{\star}$. **(10)** Quelles sont les propriétés remarquables de cet état stationnaire ? **(11)** Sous quelle condition le modèle prédit-il de la croissance à long terme. Commenter.