

ÉDUCATION, FORMATION ET CROISSANCE

UNIVERSITÉ DU MAINE (RATTRAPAGE, L2)

EXERCICE 1 Dans cet exercice on considère un modèle de Solow augmenté de dépenses publiques productives (dans le sens où la dépense de l'état accroît la production). Soit la fonction de production :

$$Y(t) = K(t)^\alpha G(t)^\beta (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta}$$

Les variables Y , K , L et A ont les interprétations usuelles. G est le niveau de la dépense publique. Les paramètres α et β sont positifs et vérifient $\alpha + \beta < 1$. Le stock de capital physique se déprécie au taux $\delta > 0$. La loi d'évolution du stock de capital physique est donnée par :

$$\dot{K} = s(1 - \tau)Y - \delta K$$

où $s \in]0, 1[$ est le taux d'épargne en capital physique et $\tau \in]0, 1[$ une taxe sur le produit. Cette taxe sur la production finance les dépenses publiques, $G = \tau Y$. **(1)** Montrez que la loi d'évolution du capital physique par tête efficace est donnée par :

$$\dot{\hat{k}} = s(1 - \tau)\hat{k}^\alpha \hat{g}^\beta - (\delta + n + x)\hat{k}$$

où $n > 0$ et $x > 0$ sont respectivement les taux de croissance de la population, L , et de la technologie, A , et $\hat{k}^\alpha \hat{g}^\beta = \hat{y}$ est la production par tête efficace. Commentez cette équation. **(2)** Montrez qu'il est possible d'écrire la loi d'évolution du stock de capital par tête efficace sous la forme :

$$\dot{\hat{k}} = s(1 - \tau)\tau^{\frac{\beta}{1-\beta}} \hat{k}^{\frac{\alpha}{1-\beta}} - (\delta + n + x)\hat{k}$$

en éliminant la variable $\hat{g}$. **(3)** Déterminez l'élasticité de la production par tête efficace rapport au capital par tête efficace. Commentez. **(4)** Donnez une expression analytique du taux de croissance du stock de capital par tête efficace. Représentez graphiquement ce taux de croissance. **(5)** Montrez qu'il existe un taux d'imposition, τ^* , qui maximise ce taux de croissance à chaque instant (pour tout niveau de $\hat{k}$). **(6)** Calculez l'état stationnaire du modèle. Commentez la stabilité de cet état stationnaire. **(7)** Montrer que le taux d'imposition τ^* qui maximise le taux de croissance à chaque instant maximise le niveau de long terme de la consommation par tête efficace. **(8)** Par analogie avec le résultat obtenu en cours, déterminez la vitesse d'ajustement de l'économie vers son état stationnaire. Commentez les différences. Cela va-t-il dans le bon sens ? **(9)** Que deviennent les prédictions du modèle si $\beta = 1 - \alpha$?