

CROISSANCE

(L2, LE MANS)

Stéphane Adjemian*

Mercredi 18 décembre 2024

Les réponses non commentées ou insuffisamment détaillées ne seront pas considérées. Prenez le temps d'écrire des phrases.

On considère un modèle de Solow augmenté de dépenses publiques productives (dans le sens où la dépense de l'état est nécessaire et accroît la production). Soit la fonction de production :

$$Y(t) = K(t)^\alpha G(t)^\beta (L(t))^{1-\alpha-\beta}$$

Les variables Y , K et L ont les interprétations usuelles. La population, L , croît au taux constant $n > 0$. La variable G est le niveau de la dépense publique. Les paramètres α et β sont positifs et vérifient $\alpha + \beta < 1$. La dépense publique est financée par une taxe, $0 < \tau < 1$, sur la production $G(t) = \tau Y(t)$. On note $0 < s < 1$ le taux d'épargne. L'investissement à l'instant t est donc donné par $I(t) = s(1 - \tau)Y(t)$ et la consommation à l'instant t par $C(t) = (1 - s)(1 - \tau)Y(t)$.

(1) Montrer que la dynamique du stock de capital par tête est caractérisée par :

$$\dot{k} = s(1 - \tau)k^\alpha g^\beta - (\delta + n)k$$

où $\delta > 0$ est le taux de dépréciation du stock de capital physique.

(2) En notant que l'on peut exprimer la dépense publique par tête comme une fonction linéaire de la production par tête $g = \tau y$, montrer que l'on a aussi :

$$\dot{k} = s(1 - \tau)\tau^{\frac{\beta}{1-\beta}} k^{\frac{\alpha}{1-\beta}} - (n + \delta)k$$

Interpréter la forme de cette équation.

(3) Donner une expression analytique du taux de croissance du stock de capital par tête. Représenter graphiquement ce taux de croissance.

(4) Montrer l'existence et calculer l'état stationnaire non trivial pour le stock de capital par tête, on notera k^* . En déduire l'état stationnaire pour la production par tête et la consommation par tête, on notera y^* et c^* .

(5) Comment se comporte les variables par tête à long terme ?

(6) Expliquer pourquoi nous excluons $\tau = 0$ et $\tau = 1$.

(7) Calculer la taxe optimale, notée τ^* qui maximise la consommation par tête à long terme.

(8) Dans le choix de la taxation optimale, existe-t-il un arbitrage entre niveau de la consommation à long terme et croissance des variables par tête ?

(9) En procédant par analogie avec les résultats obtenus en cours, c'est-à-dire sans refaire les calculs, déterminer la vitesse d'ajustement vers l'état stationnaire (nous noterons λ la vitesse de convergence). Commenter.

(10) Que deviennent les prédictions du modèle quand $\beta = 1 - \alpha$?

*Université du Mans. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr