

CROISSANCE

Mardi 12 décembre 2023

Les réponses non commentées ou insuffisamment détaillées ne seront pas considérées. Prenez le temps de faire des phrases.

EXERCICE I. Soient $K(t)$ le stock de capital physique d'une économie à l'instant t , $L(t)$ la population qui croît au taux constant $n > 0$, $\alpha \in]0, 1[$ un paramètre technologique, $s \in]0, 1[$ le taux d'épargne et $\delta \in [0, 1]$ le taux de dépréciation du capital physique. La dynamique du stock de capital physique est décrite par l'équation suivante :

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$$

et la technologie de production est :

$$Y(t) = K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}$$

(1) Donner une interprétation au paramètre α . (2) Caractériser la dynamique du stock de capital physique par tête. (3) Représenter graphiquement le taux de croissance du capital physique par tête (en prenant soin de justifier la construction du graphique). (4) Calculer l'état stationnaire non trivial du modèle (pour le capital par tête, la production par tête et la consommation par tête). (5) Expliquer pourquoi l'état stationnaire est aussi le niveau de long terme de l'économie. Quelle est l'hypothèse au cœur de cette propriété? (6) Déterminez le taux de croissance de la production par tête et montrer qu'il est décroissant par rapport au niveau de la

production par tête. (7) Déterminer le taux de croissance de la production à court et à long terme.

EXERCICE II. On reprend le même modèle que dans l'exercice I, mais avec la fonction de production suivante :

$$Y(t) = \beta K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha} + (1 - \beta)K$$

où β est un paramètre dans l'intervalle $[0, 1]$. (1) Déterminer la loi d'évolution du stock de capital par tête. (2) Déterminer une condition sur β qui assure l'existence d'un unique état stationnaire non trivial pour le stock de capital par tête. (3) Représenter graphiquement le taux de croissance du stock de capital par tête selon les valeurs de β . (4) Que se passe-t-il si l'état stationnaire non trivial n'existe pas? (5) Comment expliquer ce résultat?