

CROISSANCE

EXAMEN

Le 23 août 2026 à 16:23

Soient $K(t)$ le stock de capital physique d'une économie à l'instant t , $L(t)$ la population qui croît au taux constant $n > 0$, $\alpha \in]0, 1[$ un paramètre technologique, $s \in]0, 1[$ le taux d'épargne et $\delta \in [0, 1]$ le taux de dépréciation du capital physique. La dynamique du stock de capital physique est décrite par l'équation suivante :

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$$

et la technologie de production est :

$$Y(t) = K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha} + BK(t)$$

avec $B > 0$ un paramètre. **(1)** S'agit-il d'une fonction de production néoclassique? Argumentez votre réponse. **(2)** Calculez l'élasticité de la production par rapport au stock de capital physique, on notera $\epsilon_{Y/K}$. Commentez vos résultats. **(3)** Interprétez la loi d'évolution du stock de capital physique (la première équation) et caractérisez la dynamique du capital par tête $k(t) = K(t)/L(t)$. **(4)** Montrez que le taux de croissance du stock de capital par tête est :

$$g_k(t) = sk(t)^{\alpha-1} - (n + \delta - sB)$$

(5) Représentez graphiquement le taux de croissance du stock de capital physique par tête (en expliquant la construction du graphique) et commentez en fonction du signe de $sB - n - \delta$. **(6)** Calculez l'état stationnaire du modèle (pour le capital par tête, la production par tête et la consommation par tête) s'il existe. Au passage déterminez la condition d'existence de l'état stationnaire. **(7)** Quel est le rapport entre l'état stationnaire du stock de capital par tête et le niveau de long terme du capital par tête? Justifiez votre réponse. **(8)** Si l'état stationnaire n'existe pas, que pouvez vous dire du long terme de cette économie. **(9)** Si l'état stationnaire n'existe pas, que pouvez vous dire de l'évolution de l'élasticité de la production par rapport au capital physique, $\epsilon_{Y/K}$, à long terme. **(10)** Donnez une expression du taux de croissance du produit par tête en fonction du taux de croissance du capital physique par tête. Commentez. **(11)** Montrez que ce modèle prédit une relation décroissante entre le taux de croissance du capital physique par tête et son niveau. Quelle est l'hypothèse au centre de cette prédiction? Comment la forme particulière de la fonction de production vient atténuer cette hypothèse. **(12)** En procédant par analogie, ie je ne vous demande pas forcément de refaire les calculs vus en cours, donnez la vitesse d'ajustement vers l'état stationnaire (s'il existe) du stock de capital physique par tête. Commentez.