# ÉDUCATION, FORMATION ET CROISSANCE

## UNIVERSITÉ DU MAINE (PARTIEL, L2)

**EXERCICE** 1 Dans cet exercice on considère un modèle de Solow augmenté de dépenses publiques productives (dans le sens où la dépense de l'état accroît la production). Soit la fonction de production :

$$Y(t) = K(t)^{\alpha} G(t)^{\beta} (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta}$$

Les variables $Y$, $K$, $L$ et $A$ ont les interprétations usuelles. $G$ est le niveau de la dépense publique. Les paramètres $\alpha$ et $\beta$ sont positifs et vérifient $\alpha + \lambda < 1$. Le stock de capital physique se déprécie au taux $\delta > 0$. La loi d'évolution du stock de capital physique est données par :

$$\dot{K} = s(1-\tau)Y - \delta K$$

où $s \in ]0,1[$ est le taux d'épargne en capital physique et $\tau \in ]0,1[$ une taxe sur le produit. Cette taxe sur la production finance les dépenses publiques, $G = \tau Y$. **(1)** Montrez que la loi d'évolution du capital physique par tête efficace est donnée par :

$$\dot{\hat{k}} = s(1-\tau)\hat{k}^{\alpha}\hat{g}^{\beta} - (\delta + n + x)\hat{k}$$

où $n > 0$ et $x > 0$ sont respectivement les taux de croissance de la population, $L$, et de la technologie, $A$, et $\hat{k}^{\alpha}\hat{g}^{\beta} = \hat{y}$ est la production par tête efficace. Commentez cette équation. **(2)** Montrez qu'il est possible d'écrire la loi d'évolution su stock de capital par tête efficace sous la forme :

$$\dot{\hat{k}} = s(1-\tau)\tau^{\frac{\beta}{1-\beta}}\hat{k}^{\frac{\alpha}{1-\beta}} - (\delta + n + x)\hat{k}$$

en éliminant la variable $\hat{g}$. **(3)** Déterminez l'élasticité de la production par tête efficace rapport au capital par tête efficace. Commentez. **(4)** Donnez une expression analytique du taux de croissance du stock de capital par tête efficace. Représentez graphiquement ce taux de croissance. **(5)** Montrez qu'il existe un taux d'imposition, $\tau^{\star}$, qui maximise ce taux de croissance à chaque instant (pour tout niveau de $\hat{k}$). **(6)** Calculez l'état stationnaire du modèle. Commentez la stabilité de cet état stationnaire. **(7)** Montrer que le taux d'imposition $\tau^{\star}$ qui maximise le taux de croissance à chaque instant maximise le niveau de long terme de la consommation par tête efficace. **(8)** Par analogie avec le résultat obtenu en cours, déterminez la vitesse d'ajustement de l'économie vers son état stationnaire. Commentez les différences. Cela va t il dans le bon sens ? **(9)** Que deviennent les prédictions du modèle si $\beta = 1 - \alpha$ ?