Croissance
Introduction

Stéphane Adjemian

stephane.adjemian@univ-lemans.fr

Septembre 2022

Deux regards sur la croissance

- On peut s'intéresser à la croissance économique dans deux directions :

  ⇒ L'évolution dans **le temps** de la croissance.

  Pourquoi le taux de croissance d'une économie change t-il significativement en différentes périodes de son histoire ?

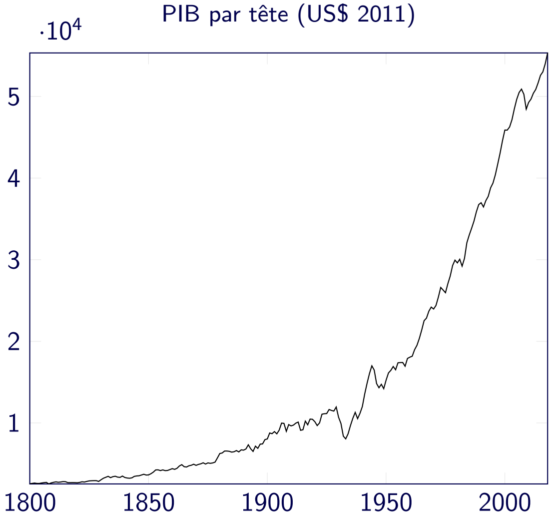
  ⇒ L'hétérogénéité dans **la coupe des nations** de la croissance.

  Pourquoi le taux de croissance de la Corée du sud est-il plus important de celui des économies occidentales sur la période récente ?

- Ces directions ne sont pas forcément interchangeables. Nous montrerons néanmoins dans ce cours qu'un modèle développé pour expliquer la croissance dans la première direction peut expliquer une bonne part de l'hétérogénéité internationale (observée) des taux de croissance.

Séries temporelles

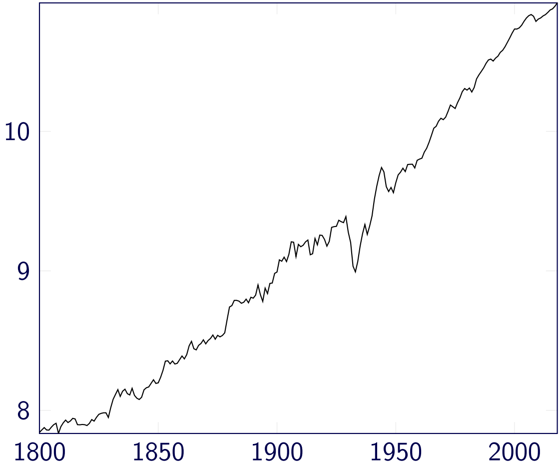
Les États Unis d'Amérique du Nord, I



Séries temporelles

Les États Unis d'Amérique du Nord, I'

Logarithme du PIB par tête (US$ 2011)



Rappel 1 Le taux de croissance annuel moyen ($\bar{g}$) est calculé à partir du facteur de croissance (G) :

$$\bar{g} = (G^{1/T} - 1) \times 100$$

où T est le nombre d'années sur lequel le facteur de croissance est calculé.

Rappel 2 Le taux de croissance entre t et t-1 peut être approximé par le logarithme népérien du facteur de croissance :

$$g_t \approx 100 \times \log\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$$

Cette approximation est « bonne » quand le taux de croissance est proche de zéro.

- **Rappel 2.** Nous savons que le taux de croissance est égal au facteur de croissance moins 1. En effet

$$\begin{aligned} G_t - 1 &= \frac{y_t}{y_{t-1}} - 1 \\ &= \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \equiv g_t \end{aligned}$$

De façon équivalente nous avons donc :

$$G_t = 1 + g_t$$

En appliquant le logarithme népérien, il vient :

$$\log(G_t) = \log(1 + g_t)$$

Par ailleurs, voir le cours de mathématiques ou la page wikipédia sur les séries de Taylor, nous savons que :

$$log(1 + x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!} x^n$$

tant que $x \in]-1, 1[$. Nous pouvons donc approximer $\log(1 + g)$ par g, car si g est petit (par exemple si le taux de croissance est de 2% nous avons $g = 0,02$) alors les termes suivants de la série de Taylor (on a $g^2 = 4 \times 10^{-4}$, $g^3 = 8 \times 10^{-6}$, ...) sont très petits (négligeables). En utilisant cette approximation, nous avons finalement :

$$g_t \approx \log(G_t)$$

Nous ré-utiliserons, plus loin dans le cours, l'approximation de Taylor pour simplifier les modèles sur lequels nous travaillons.

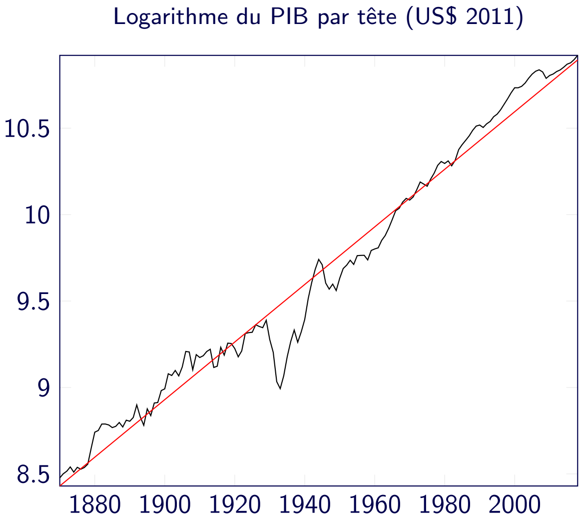
Séries temporelles

Les États Unis d'Amérique du Nord, III

- Sur la période 1800-2018 le taux de croissance annuel moyen du PIB par tête est $\bar{g} \approx 1,42\%$.
- Sur la même période, le facteur de croissance, le ratio du PIB de 2016 au PIB de 1800, est $G \approx 21,74$. En un peu plus de deux siècles la production par tête d'un américain a été multipliée par environ 22.
- Approximativement, le taux de croissance moyen est aussi donné graphiquement par la pente du PIB par tête en logarithme.
- On remarque que le taux de croissance est temporairement très supérieur au taux de croissance moyen après les creux (voir par exemple la crise de 1929).

Séries temporelles

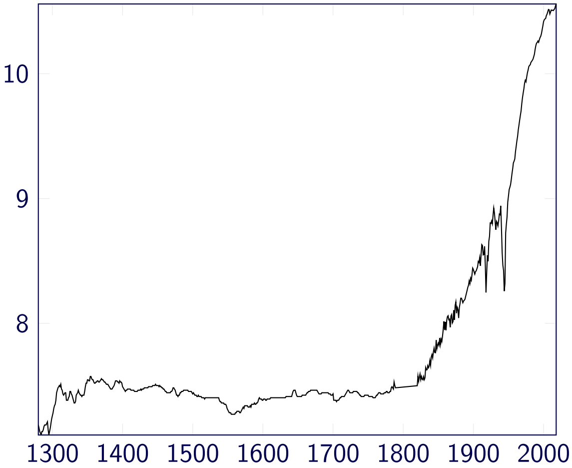
Les États Unis d'Amérique du Nord (après la guerre de sécession), IV



Séries temporelles

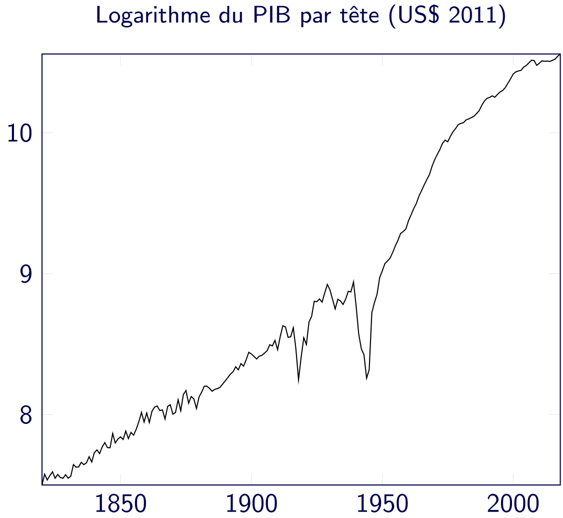
France, I

Logarithme du PIB par tête (US$ 2011)



Séries temporelles

France, I'

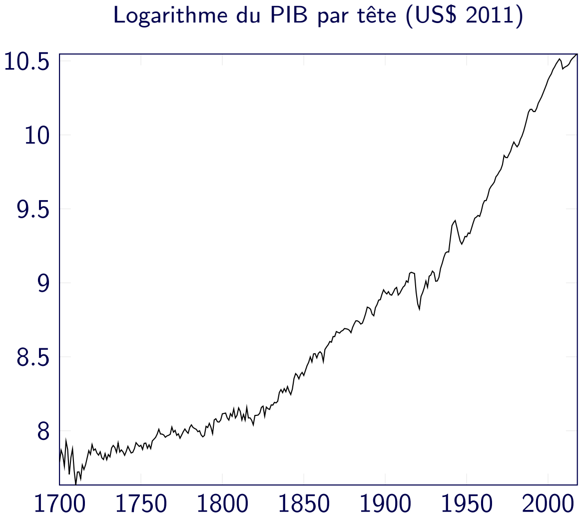


Séries temporelles
France, II

- La croissance est un phénomène récent en France, postérieur à la révolution.
- On identifie facilement les deux guerres mondiales. On observe que le taux de croissance est temporairement plus élevé après ces épisodes.
- On identifie les *trentes glorieuses*, et la baisse notable du taux de croissance à partir des années 70-80.
- Sur la période 1280-2018, le taux de croissance annuel moyen est $\bar{g} \approx 0,46$, mais sur la période 1820-2018 on a un taux de croissance annuel moyen nettement plus important $\bar{g} \approx 1,56$.
- En un peu plus de 7 siècle la France a multiplié son niveau de PIB par tête par un peu plus de 29 (21 entre 1820 et 2018).

Séries temporelles

Grande Bretagne



Contrefactuel

Le prix d'un point de croissance

- Un point de croissance annuel moyen sur d'aussi longues périodes vaut très cher un termes de niveau de PIB.
- Entre 1870 (après la guerre civile) et 2018 le PIB par tête aux États Unis ($ 2011) a été multiplié par 11,5, avec un taux de croissance annuel moyen de 2,1%. Sur cette période le PIB par tête est passé de 4803$ à 55335$.
- En imaginant un monde où les États Unis auraient connus un taux de croissance annuel moyen inférieur de 1 point sur ces 149 années, nous observerions en 2018 un PIB par tête de seulement 24515$, soit un facteur de croissance de 5,1. Moins de la moitiée du niveau effectivement observé en 2018 !...

Comparaisons internationales, I

- Comment comparer des niveaux de PIB ?

- En 1960 :
  - La Suisse est le pays le plus riche en termes de PIB par tête (23249$ base 2017).
  - Le Botswana est le pays le plus pauvre en termes de PIB par tête (513$ base 2017).

  $\Rightarrow$ Le PIB par tête est 45,3$\times$ moindre au Botswana !

- En 2019 :
  - L'Irlande est le pays le plus riche en termes de PIB par tête (102622$ base 2017).
  - Le Vénézuela est le pays le plus pauvre en termes de PIB par tête (251$ base 2017).
  - Le PIB par tête est 408$\times$ moindre au Vénézuela !

  $\Rightarrow$ Le Vénézuela en 2019 est 2$\times$ moins riche que le Botswana en 1960 !

- Les différences sont très importantes et augmentent.

- Il y a des accidents...

Comparaisons internationales, II

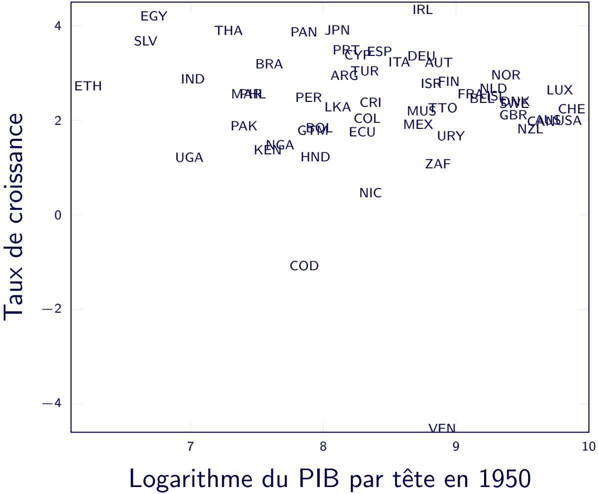
- Le taux de croissance annuel moyen (dans le temps) moyen (dans la coupe) :
$$\bar{\bar{g}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\bar{g}_i$$
- Entre 1960 et 2019, $\bar{\bar{g}} \approx 2,16\%$ (pour un échantillon de 111 pays).
- L'hétérogénéité augmente :
  - 1960 : $\sigma(log(y)) \approx 0,94$
  - 2019 : $\sigma(log(y)) \approx 1,29$
- Le pire : $\bar{g}_i = -5,62\%$ pour le Vénézuela.
- Le meilleur : $\bar{g}_i = 6,68\%$ pour Malte.

Comparaisons internationales, III

- **Désastres** (taux de croissance négatif) : CAF (-0.78%), COD (-1.8%), GIN (-0.68%), GMB (-0.26%), MDG (-0.075%), NER (-0.85%), VEN (-5.6%).
- **Miracles** (taux de croissance supérieur à 5%) : BWA (6.1%), GNQ (5.3%), KOR (6.1%), MLT (6.7%), ROU (5.1%), SGP (5.9%), TWN (5%).
- Des pays initialement pauvres qui s'enrichissent, les pays initialement mieux dotés qui s'appauvrissent, des pauvres qui restent pauvres et des riches toujours plus riches.

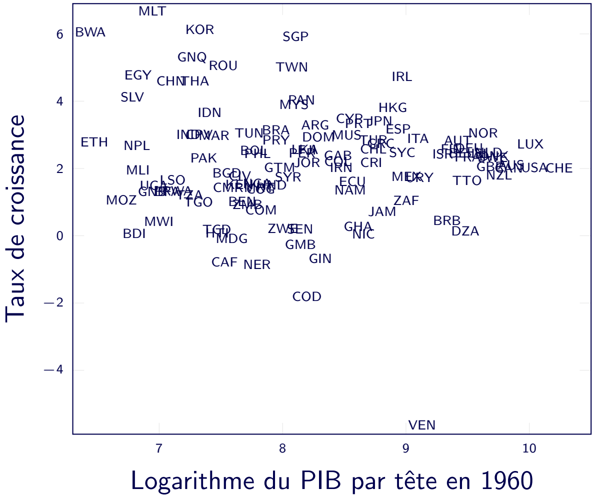
Comparaisons des taux de croissance

Petit échantillon (55 nations de 1950 à 2019)



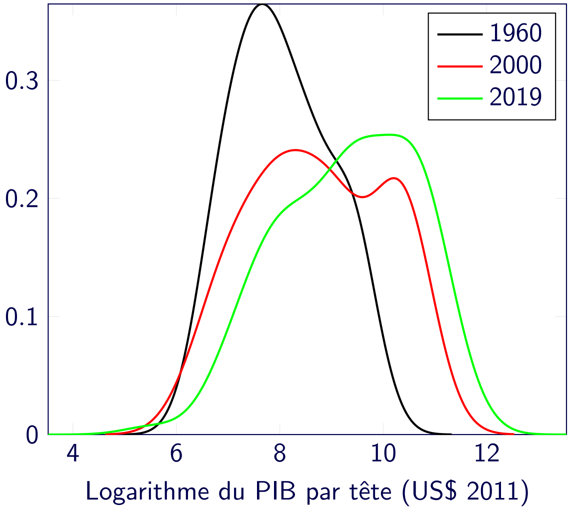
Comparaisons des taux de croissance

Grand échantillon (111 nations de 1960 à 2019)



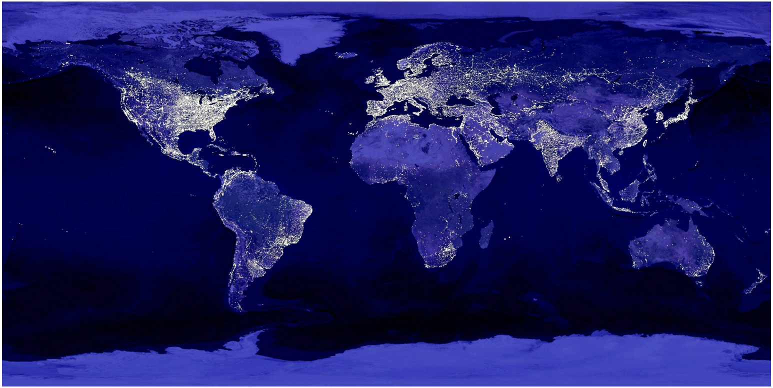
Comparaisons internationales, III

Dynamique de la distribution



Comparaisons internationales, IV

Lumière sur une inégale répartition, I

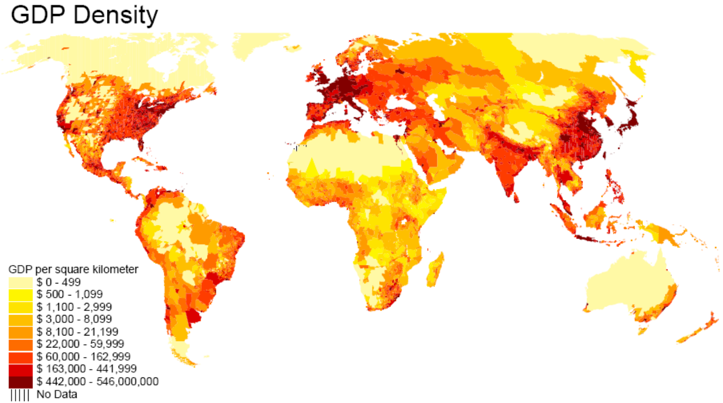


Comparaisons internationales, IV'

Lumière sur une inégale répartition, II

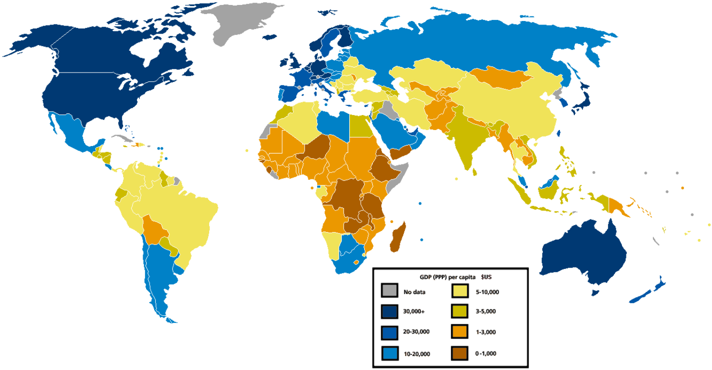
Comparaisons internationales, IV''

Concentration de la création de richesses



Comparaisons internationales, IV'''

Inégalité de PIB par tête (2005)



Objectif du cours

- Si on veut comprendre pourquoi les niveaux de vie différent autant entre les pays, nous devons déterminer les raisons d'écarts aussi prononcés entre leurs taux de croissance.
- Même des petites différences entre ces taux résultent dans de grandes différences sur les niveaux.
- Conséquences sur les niveaux de consommation et de bien être.
- Il est essentiel de comprendre ce qui peut expliquer l'hétérogénéité observée des taux de croissance dans le temps et dans la coupe.
- Dans ce cours, on ne cherchera pas à exliquer la croissance sur le très long terme (voir les premières figures), à expliquer pourquoi la croissance apparaît subitement après la première révolution industrielle. . .On s'intéresse au court/moyen terme.

Les faits stylisés de Kaldor

Même si nous ne cherchons qu'à expliquer l'hétérogénéité des dynamiques de croissance sur le court/moyen termes, nous devons utiliser des modèles dont les prédictions quant au long terme ne contredisent pas ce que nous pouvons observer.

1. La production par tête croît à un taux relativement constant.
2. Le capital physique par tête croît avec le temps.
3. Le taux de rendement du capital physique est approximativement constant.
4. Le rapport du capital physique à la production est approximativement constant.
5. Les parts respectives du travail et du capital physique dans la valeur ajoutée sont approximativement constantes.
6. Le taux de croissance de la production par tête est trés variable d'un pays à l'autre.

Objectif du cours (reprise)

- On s'intéresse à l'hérogénéité des dynamiques de croissance, depuis le siècle dernier (après seconde guerre mondiale).

- Nous mettrons en évidence le rôle de l'investissement dans la dynamique de croissance. On montrera aussi le rôle de l'éducation – un investissement – dans l'hétérogénéité des dynamiques de croissance.

- On utilise un modèle de croissance développé dnas les années cinquante : le modèle de Solow, ainsi que plusieurs extensions apportées à ce modèle depuis. Par exemple pour évaluer le rôle que peut avoir l'éducation dans la croissance.

- On montrera que, même si ce modèle fût initialement développé pour expliquer l'évolution de la croissance dans temps, ce modèle, une fois amendé, peut expliquer une large part de l'hétérogénéité observée des taux de croisannce.

Formalisme en temps continu

- Dans ce cours on s'intéresse à la dynamique d'aggrégats économiques (le PIB, le stock de capital physique, ...).

- Pour étudier la dynamique de variables (ou systèmes de variables) on dispose des outils suivants :
  - Les équations récurrentes si le temps est discret ($t \in \mathbb{N}$), par exemple :

    $$x_t = \alpha + \beta x_{t-1}$$

  - Les équations différentielles si le temps est continu ($t \in \mathbb{R}$), par exemple :

    $$\dot{x}(t) = \alpha + \beta x(t)$$

- Dans ce cours, comme dans la littérature, nous adopterons un formalisme en temps continu.

- Ce choix peut sembler contre-intuitif, relativement à l'observation des aggrégats, mais a l'avantage de la simplicité.

Formalisme en temps continu

Le taux de croissance

- Habituellement nous définissons le taux de croissance d'une variable (en temps discret) x_t comme :

$$g_t = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}} \equiv G_t - 1$$

  c'est-à-dire comme la variation de x, que l'on note souvent $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$, rapporté au niveau de x en $t-1$.

- Sous l'hypothèse d'un temps continu, on adopte une définition analogue :

$$g(t) = \frac{\dot{x}(t)}{x(t)}$$

  où $\dot{x}(t)$ est la dérivée de x par rapport au temps $\dot{x}(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$.

- Le numérateur $\dot{x}(t)$ est la version continue de Δx_t, c'est-à-dire la variation de x induite par une variation infinitésimale de t.

Formalisme en temps continu

Facteur et taux de croissance, I

- La définition du facteur de croissance ne change pas :

$$G(0,T)=\frac{x(T)}{x(0)}$$

le niveau en T rapporté au niveau initial (ici 0). Comment relier ce facteur de croissance avec le taux de croissance ?

- Pour répondre, en supposant que la condition initiale $x(0)$ ainsi que les taux de croissances $g(t)$ pour $t\in[0,T]$ sont connus, nous devons déterminer le niveau de la variable $x(T)$.

- Pour simplifier le problème, supposons que le taux de croissance soit constant, c'est-à-dire que $g(t)=g\forall t\in[0,T]$. La fonction du temps $x(t)$ inconnue doit donc satisfaire :

$$\frac{\dot{x}(t)}{x(t)}=g\quad\forall x\in[0,T]$$

Formalisme en temps continu

Facteur et taux de croissance, II

- Par ailleurs nous savons que $(\log u)' = {}^{u'}/_{u}$. Nous pouvons donc réécrire la condition sur la fonction $x(t)$ comme :

$$\dot{\log x}(t) = g$$

- En passant, nous obtenons une nouvelle définition du taux de croissance :

Taux de croissance

Le taux de croissance d'une variable $x(t)$ est égal à la variation du logarithme de cette variable :

$$g(t) = \frac{\mathrm{d} \log x(t)}{\mathrm{d}t}$$

- Pour déterminer $\log x(T)$ il suffit de sommer la condition initiale, $\log x(0)$, et les variation de $\log x(s)$ pour $s \in [0, T]$:

$$\log x(T) = \log x(0) + \int_0^T \dot{\log x}(s)\mathrm{d}s$$

Formalisme en temps continu

Facteur et taux de croissance, III

- En substituant la contrainte sur la fonction $x(t)$:

$$\begin{aligned}\log x(T) &= \log x(0) + \int_0^T g\mathrm{d}s \\ &= \log x(0) + gT\end{aligned}$$

- En appliquant la fonction exponentielle (puisque notre problème est de trouver $x(T)$ pas $\log x(T)$) :

$$x(T) = x(0)e^{gT}$$

- Le facteur de croissance est donc :

$$G(0, T) = e^{gT}$$

- Plus généralement, pour un taux de croissance variable, nous aurions :

$$x(T) = x(0)e^{\int_0^T g(s)\mathrm{d}s}$$

  Le facteur de croissance entre 0 et T est l'exponentielle de la somme des taux de croissance entre 0 et T.

Formalisme en temps continu

Taux de croissance d'un produit

- Soit $x(t) = u(t) \cdot v(t)$, avec $g_u(t)$ et $g_v(t)$ les taux de croissance de u et v. Quel est le taux de croissance de x ?

- En appliquant le logarithme, on transforme le produit en somme :

$$\log x(t) = \log u(t) + \log v(t)$$

- En dérivant par rapport à t. On obtient directement :

$$g_x(t) = g_u(t) + g_v(t)$$

on retient donc que le taux de croissance d'un produit est la somme des taux de croissance.

En temps discret, c'est un peu plus compliqué :

$$g_{x,t} = g_{u_t} + g_{v,t} + g_{u,t} \cdot g_{v,t}$$

si on approxime pas le résultat en élmiminant le terme croisé.