Calcul Économique

Le 28 décembre 2024 à 9:14

Exercice 1 Soient P et Q deux propositions. Montrer qu'il est possible d'exprimer la proposition $P \vee Q$ à l'aide de négations et du connecteur logique $\wedge$.

Exercice 2 Montrer par récurrence que :

$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$$

Exercice 3 Traduire avec des mots la proposition suivante :

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta(\epsilon) > 0 \text{ tel que } \forall x \in I, |x-a| < \delta(\epsilon) \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \epsilon$$

où I est un interval réel, f une fonction de I dans $\mathbb{R}$. Que pouvez-vous dire de la fonction f si cette proposition est vraie ?

Exercice 4 Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$: $f(x) = |x|$.

1. Cette fonction est-elle bijective ? Pourquoi ?
2. Cette fonction est-elle continue ? Pourquoi ?
3. Cette fonction est-elle dérivable ? Pourquoi ?

Exercice 5 Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Quel est son domaine de définition ? Calculer $h(x) = (f \circ f \circ f)(x)$. Quel est le domaine de définiton de la fonction h ? Cette fonction est-elle continue ? Si la fonction admet des points de discontinuité, ceux-ci sont-ils réparables ?

Exercice 6 **(1)** Donner la définition de la dérivée d'une fonction. **(2)** Soit la fonction $f(x) = \log x$ (le logarithme népérien). En utilisant la définition de la dérivée montrer que $f'(x) = \frac{1}{x}$. On admet la propriété suivante de la fonction log : $\lim_{u\to 0} \frac{\log(1+u)}{u} = 1$.

EXERCICE 7 Calculer les racines du polynôme :

$$P(X) = X^3 - \frac{1}{6}X^2 - \frac{4}{6}X - \frac{1}{6}$$

EXERCICE 8 Le taux de croissance observé d'une variable X sur deux années est 10%. On vous demande de calculer le taux de croissance annuel moyen, vous devez donc évaluer :

$$g = (1,1^{\frac{1}{2}} - 1) \times 100 = \left(\sqrt{1,1} - 1\right) \times 100$$

En supposant que vous ne ne connaissez pas la racine carrée de 1,1 par cœur (c'est mon cas) et que vous ne disposez pas d'une calculatrice (c'est votre cas durant l'épreuve), proposez une approximation de $\sqrt{1,1}$ et donc du taux de croissance annuel moyen.