

# CALCUL ÉCONOMIQUE

Stéphane Adjemian \*

Le 7 juillet 2025 à 18:14

**EXERCICE 1** Soient  $P, Q$  deux propositions. Montrer qu'il est possible d'exprimer la proposition  $P \vee Q$  de façon équivalente à l'aide de négations et du connecteur logique  $\wedge$ .

**EXERCICE 2 (a)** Rappeler la définition de l'implication logique à l'aide d'une table de vérité. **(b)** Montrer que l'implication logique  $P \Rightarrow Q$  est équivalente à dire que la proposition  $P \wedge \bar{Q}$  est fausse.

**EXERCICE 3** Montrer par récurrence que pour tout  $x \in \mathbb{R}^+$  on a  $(1+x)^n \geq 1+nx$ , où  $n \in \mathbb{N}$ .

**EXERCICE 4** Traduire avec des mots la proposition suivante :

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta(\epsilon) > 0 \text{ tel que } \forall x \in I, |x - a| < \delta(\epsilon) \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \epsilon$$

où  $I$  est un intervalle réel, et  $f$  une fonction de  $I$  dans  $\mathbb{R}$ . Que pouvez-vous dire de la fonction  $f$  si cette proposition est vraie ?

**EXERCICE 5** Soit la fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = (1+x)^{\frac{2}{3}}(2-x)^{\frac{1}{3}}$ . Identifier les minima et maxima de cette fonction.

**EXERCICE 6** Soient les fonctions continues et dérivables  $f : I \rightarrow J$  et  $g : J \rightarrow K$ . **(a)** Quel est l'ensemble de départ de la fonction composée  $f \circ g(x)$ ? Quel est l'ensemble d'arrivée de la la fonction  $f \circ g(x)$ ? **(b)** La fonction composée  $f \circ g(x)$  est-elle continue? **(c)** Quelle est la dérivée d'ordre un de la fonction  $f \circ g(x)$ ? **(d)** Calculer la dérivée d'ordre deux de la fonction  $f \circ g(x)$  par rapport à  $x$ .

**EXERCICE 7** Calculer les racines du polynôme :

$$P(x) = x^3 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$$

**EXERCICE 8** Donner la définition de la dérivée d'une fonction. En admettant que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ , montrer que la dérivée de  $e^x$  est  $e^x$  pour tout  $x$ .

---

\*Université du Mans. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr